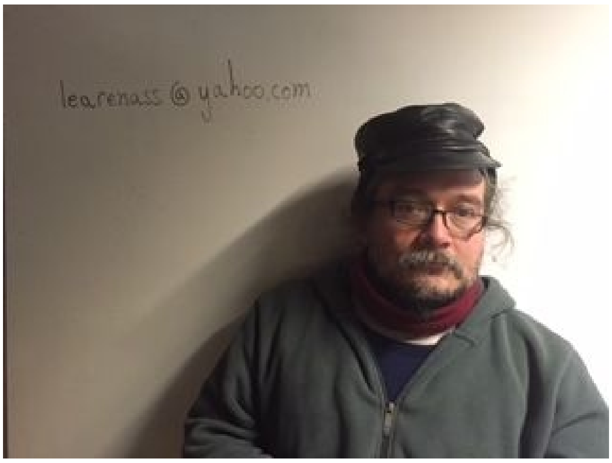
SEMINARIO ARITMÉTICA Y GEOMETRÍA EN VALPARAÍSO

Fecha: Miércoles 19 de octubre 2016.
Hora: 14:00-16:10
Lugar: Sala 2.2 IMA, PUCV

Expositor: **Luis Arenas-Carmona** (U. de Chile)



Título: Ramas del arbol de Bruhat-Tits
Palabras claves: Órdenes maximales, algebras de cuaterniones, arbol de Bruhat-Tits.
Resumen : El estudio de la aritmética de un algebra de cuaterniones se reduce al estudio de sus completados locales. Estos se dividen en ramificados y descompuestos. El estudio de los lugares descompuestos se reduce al estudio de la acción del grupo de transformaciones de Moebius en un arbol homogéneo llamado el arbol de Bruhat-Tits. En esta charla mostraremos como entender este arbol sobre distintas extensiones del cuerpo base nos permite obtener información sobre la aritmética de los órdenes locales definidos en ese lugar.
Charla: En esta charla, K es un cuerpo local con anillo de enteros $\mathcal{O}$, mientras $\mathfrak{A} = \mathbb{M}_2(K)$ es el álgebra de cuaterniones descompuesta sobre K. Todos los órdenes son $\mathcal{O}$-órdenes. Denotamos por $\mathfrak{H}$ un orden de rango no necesariamente maximal en $\mathfrak{A}$. Denotamos por S el conjunto de órdenes maximales en $\mathfrak{A}$ que contienen a $\mathfrak{H}$. Este conjunto se identifica a un subgrafo conexo del arbol de Bruhat-Tits. Por ejemplo, si $\mathfrak{H}$ está generado por un elemento idempotente, entonces S es un camino maximal. Los extremos en infinito del arbol de Bruhat-Tits están en correspondencia con los puntos del plano proyectivo $\mathbb{P}^1(K)$. Se sigue que los elementos nilpotentes del algebra de matrices están en correspondencia con los pares de elementos del espacio proyectivo. Utilizando la teoría de transformaciones de Moebius podemos obtener importante información aritmética sobre estos idempotentes con relativamente poco esfuerzo.

En la primera parte de la charla me concentraré en mostrar, mediante un ejemplo básico, como la geometría del arbol de Bruhat-Tits se conecta con las propiedades algebraicas de los órdenes, o equivalentemente las clases de reticulados, que corresponden a sus puntos. Nos enfocaremos en el caso en que $\mathfrak{A}$ es el completado del anillo de matrices sobre el cuerpo racional, de modo que nuestros reticulados serán efectivamente reticulados en el plano. En la segunda parte mostraré como esta teoría se generaliza a cuerpos globales mas generales y mencionaré diversas aplicaciones a la geometría.
Agradecimientos: Este trabajo fué financiado por el proyecto Fondecyt No 1160603.

References

[1] L. Arenas-Carmona, *Eichler orders,trees, and representation fields*, Int. Journal of NT 9 (2013), 1725-1741.
[2] L. Arenas-Carmona and I. Saavedra, *On some branches of the Bruhat-Tits tree*, Int. Journal of NT 12 (2016), 813-831.
[3] M. Arenas, L. Arenas-Carmona and J. Contreras, *On optimal Embeddings and trees*, Preprint. **https://arxiv.org/abs/1606.06396**.
[4] C. Bravo, *Cálculo de la posición relativa de ramas de cuaterniones puros*, Tesis en curso.

http://seminarioaritmeticaygeometria.wordpress.com/

Auspicios

- Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
- Universidad de Valparaíso